

Las decenas de 15324

Matías Guichón | Profesor de Matemática. Coordinador del área Matemática del IFS (CEIP).
Profesor en formación inicial de profesores (CFE).
matiasguichon@gmail.com

Introducción

Bastante se ha dicho respecto al trabajo con las concepciones de los alumnos, y a la necesidad de conocerlas para que el docente las pueda hacer avanzar. En este sentido, en las producciones de los alumnos se ponen de manifiesto estas concepciones y permiten a los maestros conocer el estado de saber de sus alumnos. Es necesario entonces que los maestros analicen las producciones de sus alumnos para conocer lo que saben, ya que estos conocimientos constituyen un punto de partida para que ellos puedan construir conocimientos.

Cuando resuelven una situación, los alumnos elaboran respuestas ya sean orales o escritas. Estas producciones son una muestra de su "estado de saber", lo cual permite evaluar el nivel de conceptualización de los alumnos con respecto al objeto matemático involucrado.

En este artículo analizaremos las producciones de algunos alumnos de quinto y sexto grado frente a la siguiente pregunta sobre el sistema de numeración, específicamente sobre el valor posicional:

¿Cuántas decenas tiene el número 15324?

Esta actividad forma parte de una tarea correspondiente al Curso para Maestros de Escuelas Comunes de PAEPU del año 2013, y las respuestas

que analizamos así como los registros de entrevistas realizadas a alumnos, que incluimos en este artículo, han sido recogidas por maestros de Montevideo que realizaron el curso, a quienes agradecemos. En el artículo no analizaremos qué prácticas de enseñanza podrían dar lugar a los conocimientos que evidencian los alumnos.

Análisis de la actividad

En primer lugar realicemos un breve análisis de la actividad, cuya resolución les exige a los alumnos poner en juego algunos conocimientos sobre el sistema de numeración decimal, específicamente sobre el valor posicional.

Analicemos algunos aspectos que constituyen el valor posicional.

La posición de las cifras

Este aspecto se refiere específicamente a la posición de las unidades, de las decenas, centenas, etcétera. Así, observemos que un alumno puede conocer que la primera cifra empezando desde la derecha corresponde a las unidades, la segunda cifra corresponde a las decenas, la tercera a las centenas y así sucesivamente, pero este conocimiento no implica un conocimiento sobre el valor relativo de las

cifras. Es decir que un alumno podría decir que en el 15324, el 2 es la cifra de las decenas, pero no sabe qué valor tiene ese 2 por estar en el lugar de las decenas. Ese conocimiento es parte del aspecto que describiremos a continuación.

El valor de las cifras

Este aspecto tiene que ver con el valor que tiene cada cifra de un número escrito en base 10, en función de la posición que ocupa. Así, en el número 15324 el 2 vale 20 unidades, el 3 vale 300 unidades, y así sucesivamente. Observemos que un alumno puede conocer el valor de las cifras de un número sin saber necesariamente que se trata de unidades, decenas, centenas, etcétera. Es decir que el valor de las cifras tiene que ver con la cantidad de ciertas potencias de la base, y no con el nombre que reciben los órdenes.

La inclusión de los órdenes

Un aspecto fundamental sobre el funcionamiento del sistema de numeración decimal tiene que ver con la inclusión de los órdenes, es decir, la inclusión de las unidades en las decenas, de las decenas en las centenas, etcétera. Así, las decenas están formadas por unidades, las centenas por decenas y, por ende, por unidades, y así sucesivamente.

Particularmente, la relación entre los órdenes depende de la base del sistema; en nuestro caso, el número 10. Entonces:

- ▶ 10 unidades conforman una decena, o dicho de otra forma, una decena se desagrega en 10 unidades;
- ▶ 10 decenas conforman una centena, o dicho de otra forma, una centena se desagrega en 10 decenas;
- ▶ 10 centenas conforman una unidad de mil, o dicho de otra forma, una unidad de mil se desagrega en 10 centenas.

Las anteriores inclusiones de los órdenes consecutivos tienen consecuencias con respecto a los órdenes no consecutivos. Por ejemplo, de las anteriores inclusiones se deduce que:

- ▶ 100 unidades conforman una centena, o dicho de otra forma, una centena se desagrega en 100 unidades;
- ▶ 1000 unidades conforman una unidad de mil, o dicho de otra forma, una unidad de mil se desagrega en 1000 unidades;
- ▶ 100 decenas conforman una unidad de mil, o dicho de otra forma, una unidad de mil se desagrega en 100 decenas.

Entonces, una centena puede desagregarse en 100 unidades o 10 decenas, una unidad de mil en 1000 unidades, 100 decenas o 10 centenas, y así sucesivamente.

Observemos, por ejemplo, que este aspecto se pone en juego de formas diferentes en el algoritmo de suma y resta de naturales: en la suma, al “llevarse 1” se pone en juego que 10 de un orden, se agrupan en 1 del orden siguiente, mientras que al “pedir 1 prestado” en la resta, se desagrega una unidad de un orden, en 10 del orden anterior (por ejemplo, 1 centena se desagrega en 10 decenas).

Los aspectos anteriores permiten justificar por qué el número 15324 tiene 1532 decenas. Un posible razonamiento es el que sigue.

El número 15324 tiene cinco cifras que corresponden a unidades, decenas, centenas, unidades de mil y decenas de mil. Todas ellas, excepto las unidades, incluyen decenas (por la inclusión de los órdenes). Entonces, para averiguar cuántas decenas contiene el número 15324, basta con averiguar cuántas decenas forman cada uno de los órdenes: El 2, representa 2 decenas, el 3 representa 3 centenas o 30 decenas, el 5 representa 5 unidades de mil o 500 decenas, el 1 representa una decena de mil o 1000 decenas. Entonces, el número 15324 tiene 1532 decenas. Para responder a la pregunta “¿Cuántas decenas tiene el número 15324?” apelando al valor de la posición, se deben poner en juego ideas acerca de la posición de cada cifra, así como la relación de inclusión de los órdenes.

Observemos que este razonamiento basado en el valor posicional, permite afirmar que un número cualquiera, por ejemplo, **abcde**, tiene **abcd** decenas. De la misma forma, el número **abcde** tiene **abc** centenas y **ab** unidades de mil. De este modo, es la propia escritura del número la que informa la cantidad de decenas, centenas, etc., que tiene un número escrito en base 10. Eso es característico de la notación posicional para los números naturales.

Análisis de las respuestas de los alumnos

Analicemos ahora las respuestas que dan los alumnos a esta propuesta, y las entrevistas que algunos maestros hicieron a sus alumnos con el fin de obtener mayor información sobre su estado de saber.

Muchos de los alumnos a quienes se les propuso la actividad, dijeron que el número 15324 tiene 2 decenas.

Tiene 2 decenas.

hay 2

En la cifra 15324 hay 2 decenas.

Algunos de ellos explicitan en qué se fijaron para responder, lo que podría ayudarnos a entender por qué los alumnos responden esto:

¡Tipe la primera por que me fijé que el 4 son unidades > el 2 decenas

¿En qué te fijaste? Me fijé en el lugar de las decenas

Las respuestas anteriores nos muestran que estos niños solo prestan atención a la cifra que ocupa el lugar de las decenas para contestar a la pregunta, sin tener en cuenta la inclusión de los órdenes. Es decir que estos alumnos se centran en el aspecto “lugar de la cifra”. Esto lo confirman algunas entrevistas a Guillermo, Sabrina y Alexis de quinto grado.

Entrevista a Sabrina

Sabrina: –Tiene dos decenas **porque el 2 ocupa el lugar de las decenas.**

Maestra: –Y el siguiente número, ¿cuál sería entonces?

Sabrina: –Son las centenas, 3 centenas.

Maestra: –¿Y ese número no está formado por decenas?

Sabrina: –No sé.

Maestra: –Creo que lo sabés. ¿Cuánto son 3 centenas?

Sabrina: –300.

Maestra: –¿Y no tiene decenas el 300?

Sabrina: –**No, son 300.**

Entrevista a Alexis

Alexis: –2 porque el 2 ocupa el lugar de las decenas y el 1 decena de mil.

Maestra: –¿Cómo?

Alexis: –Es que hay un lugar de decenas donde está el 2, y otro de decena de mil donde está el 1.

Maestra: –Pero yo pregunto cuántas decenas hay en todo el número.

Alexis: –Sí, son 2.

Alexis conoce más de un tipo de decena: la decena a secas y la decena de mil, pero una vez que su maestra le pregunta por las decenas, solo toma en cuenta la cifra que ocupa ese lugar. La maestra de Sabrina repregunta para averiguar si ella reconoce algún vínculo entre las decenas y las centenas o, más precisamente, si las centenas “están formadas” por decenas. Sabrina niega que las centenas estén formadas por decenas. Estos alumnos entonces reconocen que una de las cifras del número ocupa el lugar de las decenas, pero no reconocen la relación de las decenas con los órdenes siguientes, es decir, la inclusión de los órdenes.

Entrevista a Guillermo

Guillermo: –2, porque 2 decenas son 2 veces 10, o sea 20.

Maestra: –¿O sea que ese 2 significa 20 decenas?

Guillermo: (duda un rato) –20 unidades.

Maestra: –Pero yo pregunto por decenas, ¿cuántas decenas tiene?

Guillermo: –Por eso, son 2.

Maestra: –Y el 3 (señala el número), ¿qué indica?

Guillermo: –Centenas.

Maestra: –¿Y las centenas no están formadas por decenas?

Guillermo: –No.

Al parecer, además de reconocer la cifra en la posición de las decenas, Guillermo explicita el valor de la misma, indicando que 2 decenas son 20. Guillermo reconoce que la cifra que ocupa el lugar de las decenas indica una cantidad de “dieces”, pero al igual que Alexis y Sabrina no reconoce la inclusión de las decenas en los órdenes siguientes. Más precisamente, estos alumnos no reconocen que en las centenas hay decenas. Cabe preguntarnos entonces, ¿qué son las decenas y las centenas para estos niños?

A partir de respuestas como las anteriores, Andrea, maestra de quinto grado, les pregunta a sus alumnos por las decenas del número 15304. Estas son algunas de las respuestas de Martín y Abigail:

Entrevista a Martín

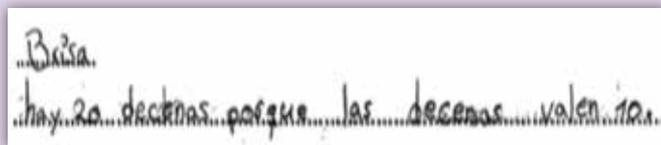
Martín: -0.
 Maestra: -¿No tiene ninguna decena el número?
 Martín: -¿30? (queda pensando). Ninguna, para mí no.

Entrevista a Abigail

Abigail: -0.
 Maestra: -¿No puedo formar ningún grupo de 10?
 Abigail: -No.

Martín y Abigail también se fijan en el lugar de las decenas para contestar la pregunta, pero en este caso contestan 0, es decir que el número 15304 no tiene decenas. Esto es, el número 15304 no está compuesto por dieces. Como cualquier número mayor que 10 “tiene dieces”, decir que un número no contiene al 10 implica que ese número es menor que 10. Esta contradicción no observada por los alumnos debe ser aprovechada para establecer una discusión con los alumnos.

Como mencionamos antes, Guillermo dice que 2 decenas son 20, pero ¿estará hablando de 20 unidades? Veamos la respuesta de Brisa de sexto, y la entrevista a Cecilia de quinto grado.



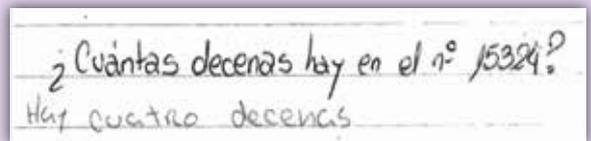
Entrevista a Cecilia

Maestra: -¿Cuántas decenas tiene el número 15324?
 Cecilia: -20.
 Maestra: -Explicámelo, por favor.
 (Cecilia señala el 2)
 Maestra: -Ese número que señalaste, ¿indica 20 decenas?

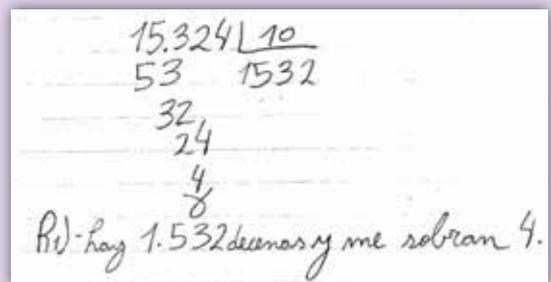
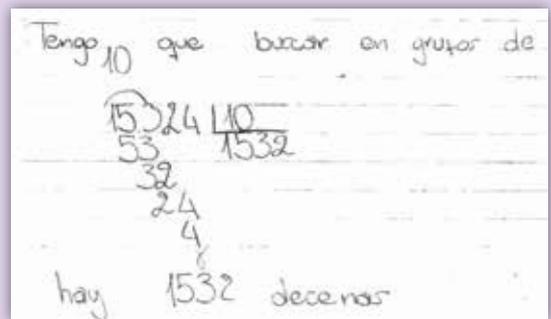
Cecilia: -Ah, porque ese lugar ocupa el segundo lugar, o sea, después de la unidad viene decena entonces es veinte.

Brisa y Cecilia reconocen, por una parte, la posición de las decenas, y al igual que los anteriores se fijan en la cifra de las decenas para contestar. También, como los anteriores, no reconocen que en los órdenes mayores (centenas, unidades de mil y decenas de mil) hay decenas. Pero a diferencia de ellos, estas dos alumnas están pensando en el valor independiente de la cifra 2. Ambas piensan en 20 al señalar el 2, pero no tienen en cuenta que son 20 unidades y no 20 decenas.

El siguiente niño, al igual que los anteriores, se fija en una cifra para contestar. Pero a diferencia de ellos se fija en una cifra equivocada. Al parecer, este alumno ha aprendido de memoria los nombres y los lugares, y se olvida de cuál es la de las decenas.



Los niños cuyas respuestas analizamos anteriormente, se fijan en alguna cifra del número para contestar por la cantidad de decenas de 15324. Es decir que buscan la respuesta en la misma escritura del número. Hay otros alumnos a los que, al parecer, la escritura no les informa acerca de las decenas del número, y recurren a la división para averiguarlo:



Divide entre 10 porque una decena equivale a 10

Hay 1532 decenas porque 15324 dividido 10 es 1532

R) Hay 1532 decenas, porque si le sacamos el 4, queda 1532, y eso son decenas

AGUSTÍN

1) ¿Cuántas DECENAS hay en el número 15324?
D94

Como mencionamos antes, la escritura decimal no les informa a estos niños sobre la cantidad de decenas de un número, y estos alumnos piensan en dividir entre 10 cuando se les pregunta por decenas. Al parecer y según las siguientes explicaciones que dan, ellos asocian las decenas con la práctica de agrupar de a 10.

Le iba dando cada 10 niños x eso divide.

Podes hacer 1532 grupos de 10, y te sobran 4.

Otro grupo de alumnos responde apelando a la escritura de los números, pero teniendo en cuenta más que la cifra que ocupa el lugar de las decenas. Las respuestas siguientes nos hacen pensar que estos alumnos disponen de un procedimiento que les permite averiguar cuántas decenas tiene un número.

HAY 1532 DECENAS PORQUE EL NÚMERO QUE SE CREA LAS DECENAS ES EL DOS Y SE CUENTAN LOS NÚMEROS DESDE ATRÁS SIN CONTAR UNIDADES.

Hay 1532 decenas. Porque para saber cuántas decenas hay en un número se empieza a contar desde las decenas, hacia delante, o mejor dicho hacia la izquierda.

Al parecer, Agustín (alumno de sexto grado) recuerda que para averiguar las decenas de un número hay que contar desde la cifra de las decenas, pero no sabe si es hacia la derecha o hacia la izquierda. Esto da cuenta de que el algoritmo puede ser realizado de forma mecánica, sin comprensión. No tenemos elementos para decidir si el resto de estos alumnos responden de forma mecánica o responden teniendo en cuenta la inclusión de los órdenes.

Otros alumnos contestan de forma correcta, apelando al lugar de las decenas y la relación de las decenas con las centenas, unidades de mil y decenas de mil, como lo muestran las siguientes producciones y la entrevista.

R: 1532 decenas.

2	-	2 d.
3	-	30 d.
5	-	500 d.
1	-	1.000 d.

decena
las decenas que hay en el número 15324 son 1532 decenas porque 1532 por 10 da como resultado 15320 en número está a 4 unidades del número 15324

Entrevista a Camilo

Maestra: -¿Cuántas decenas tiene el número 15324?

Camilo: -1532 decenas.

Maestra: -¿Cómo lo sabés?

Camilo: -Mirá, el 4 es unidades y no cuenta como decena. Le saqué el 4 al número y me quedé con eso.

Maestra: -¿Por qué hiciste eso?

Camilo: -El 2 son 2 decenas, el 3 son centenas que equivalen a 30 decenas, y así con las otras cifras.

En otros casos, los alumnos no cuentan con una respuesta elaborada, pero pueden producirla a partir de las preguntas que les hace la maestra.

Entrevista a Federico

Maestra: –¿Cuántas decenas tiene el número 15324?

Federico: –Para mí, decenas son 2.

Maestra: –¿Por qué?

Federico: –Porque el 2 está en el de las decenas.

Maestra: –¿Y este? (señalando el 3)

Federico: –Ese es 300.

Maestra: –¿Y no tiene decenas?

Federico: –Tener tiene, son 30 decenas.

Maestra: –¿Y este? (señalando el 5)

Federico: –Tiene 500 decenas. Ah, todo el número tendría 1532 decenas, ¿no?

Entrevista a Paula

Maestra: –¿Cuántas decenas tiene el número 15324?

Paula: –Más o menos mil o quince mil trecientos, porque el 4 no tiene decenas.

Maestra: –No entendí bien, explícame por favor.

Paula: –Claro, el 4 no tiene decenas, y el 2 son 2 decenas.

Maestra: –¿Y este? (señalando el 3)

Paula: –Son 300 unidades y 30 decenas. Y el 5 son cinco mil decenas.

Maestra: –¿Cinco mil?

Paula: –Ah, no, 5000 unidades y 500 decenas, y 1000 decenas más el otro. Todo son entonces (piensa unos segundos) 1532 decenas.

Federico contesta en primer lugar teniendo en cuenta solo la cifra de las decenas, pero las preguntas de la maestra lo ayudan a modificar su respuesta. Al ir elaborando esta respuesta (en diálogo con su maestra) se evidencia un conocimiento sobre la relación de las decenas con las centenas, unidades de mil y decenas de mil. Paula se equivoca en principio, pero este error evidencia un conocimiento mayor que en los casos anteriores: las decenas de un número se encuentran en la cifra de las decenas y en las siguientes, salvo en la cifra de las unidades. Al igual que lo que sucede con Federico, sus conocimientos sobre la inclusión de los órdenes le permiten, en diálogo con la maestra, elaborar una respuesta correcta.

A modo de conclusión

En la introducción mencionamos la importancia que para el docente tiene analizar las producciones de sus alumnos para identificar sus conocimientos, ya que a partir de estos deberá generar avances hacia otros conocimientos. El análisis de las respuestas nos muestra que los alumnos, en general, apelan a la posición de las cifras de forma independiente, es decir, sin establecer relaciones entre los órdenes, o recurren a mecanismos para obtener una respuesta. Estos conocimientos son la base para construir otros relacionados, por ejemplo, a los algoritmos de las operaciones que tanto preocupan a los maestros. Al respecto, muchas veces escuchamos a los maestros hacer comentarios como los siguientes:

- “se olvidó de llevarse uno”
- “se olvidó de dejar un lugar”
- “se olvidó de poner el cero”
- “ubicó mal”
- “no puso en columnas”
- “puso mal la coma”
- “se olvidó de que este número le había prestado uno”

Es importante considerar que estas “fallas” tienen su base en conocimientos sobre el valor posicional. Según lo expresa Lerner (1992): «...no se ha brindado a los niños la posibilidad de comprender que procedimientos como “llevarse” y “pedir prestado” están estrechamente vinculados con la base decimal elegida por nuestro sistema».

Les corresponde a los docentes ofrecerles a los alumnos oportunidades de comprender las reglas del sistema por sobre algunas etiquetas que permiten responder correctamente en algunos casos. □

Referencias bibliográficas

- FERNÁNDEZ PUENTES, María Claudia (2007): “Propuesta institucional para la actualización de los conocimientos didácticos en la enseñanza del sistema de numeración en el segundo ciclo de la escuela primaria” en *Enseñar Matemática. Nivel Inicial y Primario*, Vol. 2. Buenos Aires: 12(ntes). Colección Enseñar Matemática.
- KAMII, Constance (1986): *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- KAMII, Constance (1992): *Reinventando la aritmética II*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- LERNER, Delia (1992): *La matemática en la escuela. Aquí y ahora*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
- LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia (1994): “El sistema de numeración: un problema didáctico” (Cap. V) en C. Parra; I. Saiz (comps.): *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Ed. Paidós Educador.
- RESSIA DE MORENO, Beatriz (2003): “La enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y en el primer año de la EGB” (Cap. 3) en M. Panizza (comp.): *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*, pp. 73-130. Buenos Aires: Ed. Paidós, Colección Cuestiones de Educación N° 41.