

La escuela primaria, primera etapa de la cultura matemática de los alumnos

Roland Charnay | Profesor de Matemática, IUFM de Lyon. Investigador asociado al INRP (grupo ERMEL).

Los nuevos programas para la escuela primaria insisten sobre el lugar de las matemáticas en la cultura científica de los alumnos. Hablar de “cultura matemática” puede parecer incongruente: raramente hemos escuchado a un ministro emplear esta expresión. Sin embargo ella parece la más adecuada para describir lo que los alumnos deben aprender hoy en matemáticas en su escolaridad obligatoria.

Comentando la reciente evaluación PISA, conducida (...) por la OCDE en una treintena de países para evaluar las adquisiciones de los alumnos de 15 años, en particular en el dominio de la cultura matemática, Antoine Bodin¹ observa que “*los resultados muestran debilidades inquietantes en el dominio de la autonomía, la toma de iniciativa, las capacidades de reinversión de los conocimientos ya aprendidos, en el tratamiento de situaciones significativas...*”.

La evaluación al comienzo de Sexto² confirma este estado de situación, como lo ilustran los resultados obtenidos en este problema, ya clásico.

Xavier ordena las 50 fotos de sus últimas vacaciones en un archivador. Cada página contiene 6 fotos. ¿Cuántas páginas estarán completas? ¿Cuántas fotos habrá en la página incompleta?

Seis alumnos cada 10 encuentran la respuesta correcta a cada una de las preguntas, lo que significa que en una clase de 25 alumnos, 10 no alcanzan a resolver la situación. Las dificultades de lectura no son suficientes para explicar el resultado: otros ejercicios cuyo

enunciado presenta más escollos fueron resueltos con éxito por el 80% de los alumnos.

¿Prioridad al sentido?

Sin embargo es posible resolver este problema movilizand o conocimientos muy elementales, dominados desde hace mucho tiempo por los alumnos.

La solución más rudimentaria (pero posible en este caso) consiste en esquematizar las 50 fotos y agruparlas en paquetes de 6. Es igualmente posible, y poco costoso, sumar 6 muchas veces hasta aproximarse a 50 (o restar 6 a partir de 50, tantas veces como sea posible), o también buscar en la tabla del 6 el número inmediatamente inferior a 50. Los alumnos pueden igualmente dividir 50 entre 6. En definitiva, todos los conocimientos numéricos aprendidos en primaria pueden ser utilizados. ¿Es necesario concluir que los alumnos no han adquirido el sentido de la división? Desde un cierto punto de vista, sí, ya que no lo han movilizado en una situación que, sin embargo, es cercana a las utilizadas durante el aprendizaje. Por otra parte, hubieran podido

¹ Boletín de la Asociación de Profesores de Matemáticas, febrero 2002.

² N. de T.: En el sistema educativo francés, Sexto corresponde a Primer Año del Ciclo Básico de Secundaria en Uruguay.

movilizar también el sentido de la numeración, la adición, la sustracción o la multiplicación.

La observación de las producciones de los alumnos muestra que, más que buscar el aprovechamiento de lo que saben, los alumnos tienen tendencia a preguntarse cuál es la operación que corresponde a ese problema, y si no la encuentran prefieren no responder antes que lanzarse a una investigación.

Son, por consiguiente, a la vez el sentido de los conocimientos y el sentido del problema los que intervienen aquí: utilizar todo lo que se sabe para llegar a resolver una situación problemática.

Acá está la apuesta central para el aprendizaje de la matemática: apropiarse de conocimientos que tienen sentido y hacerse capaz de ponerlos en acción, personalmente, en función de su comprensión y de su interpretación de la situación a resolver. Sin esto, el alumno permanece mutilado de sus conocimientos.

En los nuevos programas, la resolución de problemas ha sido reafirmada como el principal objetivo de los aprendizajes matemáticos. ¡Se comprende por qué!

¿Prioridad a las técnicas?

Las diferentes evaluaciones de comienzo de Sexto muestran gran desigualdad en el dominio del algoritmo de la división: las tres cuartas partes tienen éxito en el cálculo 72 dividido entre 3 , pero menos de un alumno sobre 10 , calcula correctamente 2782 dividido entre 26 .

Nótese que el resultado de la primera división puede fácilmente determinarse por cálculo mental y que no es apropiado solicitar el cálculo con algoritmo.

Se puede también observar que un alumno sobre 3 no llega a responder cuánto es $\frac{1}{4}$ de 100 .

Parece pues urgente dar prioridad a las técnicas de cálculo. ¡Cierto! ¿Pero a qué técnicas y con qué objetivos? Se le reprocha a menudo a la escuela el abandono del sentido en beneficio de técnicas estériles. Puede ser necesario admitir que, a pesar de la nostalgia que ellas suscitan en algunos, las técnicas no son ya lo que eran, al menos en lo que concierne a las técnicas de cálculo que tradicionalmente la escuela debía asegurar a cada alumno.

Aprender a hacer cuentas permanece como un objetivo esencial para la escuela de hoy; pero para cada uno de nosotros, el contenido de esta expresión ha cambiado. El cálculo mecánico de largas operaciones está asegurado hoy día por las máquinas. Los contables existen todavía, pero ya no “hacen cuentas” en el sentido antiguo del término. Ellos organizan los cálculos y luego interpretan los resultados que les proporciona una máquina.

La enseñanza de las técnicas operatorias (las famosas cuentas colocadas verticalmente) no puede tener ya el mismo objetivo. La necesidad de eficacia es sustituida por la de comprensión. Y el alumno hace más matemática tratando de comprender las diferentes etapas de la división desarrollada que convirtiéndose en un virtuoso de cálculos de los cuáles a menudo no comprende el porqué ni el cómo.

Pero si la enseñanza de las técnicas operatorias debe cambiar de orientación, la enseñanza del cálculo mental debe convertirse en prioridad absoluta.

Uno no puede defenderse en la vida ni hacer matemáticas sin saber calcular mentalmente, segura y rápidamente 46 euros es alrededor de 300 francos³ porque es aproximadamente 3 veces 15 , y 15 euros es cerca de 100 francos. O $49/63$ es igual a $7/9$ porque yo sé que 49 y 63 están los dos en la tabla de multiplicar por 7 (en lenguaje matemático son múltiplos de 7).

Más allá del conocimiento indispensable de algunos resultados y técnicas de base (las tablas, saber multiplicar y dividir por 10 , 100 , $1000\dots$), saber hacer cuentas concierne hoy día a dos objetivos complementarios para los alumnos:

- saber organizar los cálculos para la resolución de un problema (re-encontramos la cuestión del sentido)
- saber organizarse para resolver un cálculo mentalmente para obtener un resultado exacto o aproximado. Se trata, por ejemplo, de ser capaz de elaborar un procedimiento (más que una técnica) que permita calcular 12×25 es 10 veces 25 más 2 veces 25 ; es también el triple de 4 veces 25 ; o también 5 veces 12×5 ; o dos veces 25×6 . Para calcular 19×21 serán necesarios otros procedimientos...

De esta manera, hacer cuentas (o más bien calcular) es más que utilizar técnicas, es, en primer lugar, reflexionar y razonar.

³ N. de T.: En nuestro país podríamos decir lo mismo con respecto a pesos y dólares, dado que muchos precios se presentan en esta última moneda.

¿Prioridad al razonamiento?

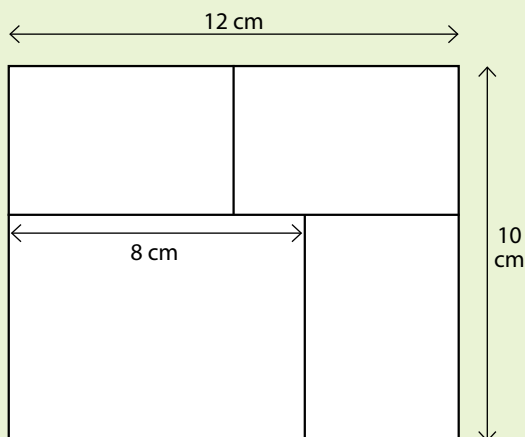
El niño pequeño es ya capaz de razonar. Al final de la escuela maternal⁴ en un juego de enigmas⁵, a continuación de una respuesta negativa a la pregunta *¿es rojo?*, algunos niños eliminan todos los objetos rojos en las preguntas siguientes.

Para otros, esta capacidad de deducir no está disponible de inmediato y necesita de un aprendizaje.

¿La escuela primaria asigna suficiente atención al desarrollo del razonamiento en los alumnos? Cabe dudarlo cuando se observan, por ejemplo, los resultados del siguiente ejercicio (evaluación de Sexto):

Sofía dibujó y coloreó tres etiquetas rectangulares, todas idénticas, sobre una placa de cartón como lo muestra el dibujo. La placa de cartón es rectangular y tiene 12 cm de largo por 10 cm de ancho.

- Calcula el largo real de una etiqueta.
- Calcula el ancho real de una etiqueta.



45% de los alumnos determina el largo real y solamente 23% el ancho. Más del 20% mide sobre el dibujo y el 25% no responde.

Aprender a deducir, iniciarse en el razonamiento, elaborar estrategias, es posible y deseable en la escuela primaria. La enseñanza de las matemáticas puede ampliamente contribuir a ello a condición de dedicarse.

¿Prioridad a la actividad matemática?

La utilización y la elaboración de conocimientos para resolver problemas están en el corazón de la actividad matemática, que se caracteriza igualmente por su relación particular con la prueba y lo verdadero o falso.

Dos ejemplos tomados en clases de primaria testimonian la posibilidad de hacer entrar a los alumnos en esta actividad.

Entramos en una clase de CP⁶ al comienzo del año. Los alumnos no han estudiado todavía la adición. De a dos juegan a “Diez en la caja”.⁷

Material: 15 fichas y una caja cerrada con una ranura en la tapa, que permite deslizar las fichas en la caja, pero sin posibilidad de ver las fichas que hay adentro.

Juego: Alternándose, cada alumno mete una, dos o tres fichas en la caja. El primero que piensa que hay 10 fichas en la caja detiene el juego. La verificación se hace quitando la tapa y contando las fichas.

Los alumnos se plantean muchas preguntas, a las cuales la matemática les permite ir respondiendo. Retengamos dos.

- La primera concierne a la memorización de la cantidad de fichas puestas en la caja en cada etapa del juego. Es preciso jugar un cierto número de veces para que los niños noten el interés que tiene registrar la cantidad de fichas. Es evidente que deberán utilizar para ello sus conocimientos, aquellos que son útiles en este caso.
- La segunda pregunta es más delicada. Tomás puso 2 fichas, Luisa puso 3. Los niños se preguntan cuántas fichas hay ahora en la caja. Tomás dice que hay cuatro (sobrecontó a partir de 2, pero partiendo del 2, diciendo 2, 3, 4, en lugar de partir de 3) mientras que Luisa sostiene que hay 5 (levantó primero 2 y luego 3 dedos antes de responder). Se le solicita a la clase que arbitre la discrepancia. Camila afirma que Luisa tiene razón porque 2 y 2 da 4 y uno más da 5, dejando perpleja a una parte de la clase. Tristán propone dibujar las fichas en el pizarrón y ahora sí todos están de acuerdo en que hay 5 fichas en la caja.

⁴ N. de T.: La Escuela Maternal en Francia abarca a los niños de 2 a 6 años.

⁵ N. de T.: En nuestras escuelas le llamamos juegos de escondido. Son aquellos juegos en que con la menor cantidad posible de preguntas se debe decidir cuál es el objeto elegido previamente y que permanece oculto.

⁶ N. de T.: Curso preparatorio, equivale a nuestro Primer grado de Primaria.

⁷ Extraído de *Cap Maths CP*, Ediciones Hatier.

Este episodio da lugar a muchas observaciones ligadas a la actividad matemática de los alumnos. En primer lugar, utilizando sus conocimientos sobre los números e imaginando procedimientos, los alumnos pueden conocer el contenido de la caja: pueden saber sin ver.

Después, ellos tienen la responsabilidad de probar, de decidir lo falso y lo verdadero. La respuesta correcta no sale de la boca del docente.

En conclusión, se han realizado dos tipos de prueba. La que utiliza Camila es una prueba “interna” a las matemáticas, apoyada en conocimientos y que no necesita de “lo real”: *es 5 porque 2 y 2 son 4 y...* Los otros alumnos quedan perplejos porque no comparten su red de conocimientos (*2 y 2 da 4 y si se añade 3 en lugar de 2 da uno más*). Tristán se vuelca a lo real dibujando las fichas y se asegura así la respuesta por una prueba “externa” a las matemáticas.

De este modo, los niños de esta clase viven las diferentes facetas de la actividad matemática: resolver un problema, para ello utilizar sus conocimientos y elaborar estrategias de resolución, probar lo que cada uno postula, ya sea apoyándose sobre la coherencia interna de los saberes matemáticos o verificando la conformidad con una realidad que esos saberes permiten representar.

Vayamos ahora a una clase de CM1⁸. Los alumnos han comenzado el estudio de los números decimales, pero no han aprendido todavía a compararlos. El docente plantea directamente la pregunta a los alumnos, sin disfrazarla: *12,4 ¿es más o menos que 12,25?*

La pregunta es puramente matemática... y constituye un verdadero problema para estos alumnos que proponen respuestas contradictorias. Acá también, la prueba está en el centro de la actividad matemática de los alumnos. Ninguno piensa en volverse a lo real, en materializar esos dos números, por ejemplo, con longitudes. Todos los argumentos son teóricos y recurren a los conocimientos (a veces erróneos) de los alumnos sobre los números decimales.

Algunos explican que 12,25 es el mayor porque 25 es más que 4. Otros afirman que 12,4 es mayor que 12,25 porque *“tienen 12 unidades cada uno pero en 12,25 hay solo 2 décimos mientras que hay 4 en 12,4”*.

Estos son fortalecidos por aquellos que se apoyan en el hecho de que:

$$12,25 = 12 + 2/10 + 5/100 \quad \text{y} \quad 12,4 = 12 + 4/10$$

Otros, por fin, utilizan el argumento según el cual $12,4 = 12,40$ que les permite zanjar la cuestión.

Acá, la actividad matemática reside en el debate que se instaló entre los alumnos y en la producción de argumentos para explicar o defender.

¿Prioridad a la cultura matemática?

¿De qué está entonces hecha la cultura matemática?


- De conocimientos sólidos, evidentemente. De conocimientos disponibles, es decir que tienen sentido y que son útiles, sin los que solo serían un repertorio estéril de definiciones, reglas y técnicas.
- De la capacidad de inventar soluciones originales y conducir razonamientos bien articulados.
- De una relación particular con la prueba en su doble aspecto: herramienta de comprensión de lo real, los resultados matemáticos pueden por medio de la prueba encontrar una fuente de validación; conjunto de conocimientos lógicamente articulados, las matemáticas encuentran en ellas mismas la forma de probar la validez de los resultados elaborados.
- De un anclaje en la historia de su propia elaboración y, por lo tanto, en la historia de la humanidad, es preciso agregar. Desde la escuela primaria, las referencias históricas pueden y deben ser utilizadas y trabajadas con los alumnos.

⁸ N. de T.: Curso medio, corresponde a nuestro Cuarto grado de Primaria.



Una formación exigente para un objetivo ambicioso

Un reciente estudio de la DEP⁹ sobre los candidatos admitidos al concurso de profesor de primaria indica que solo el 6% de los admitidos son diplomados en matemáticas¹⁰. Sería inconveniente e inexacto deducir que los otros candidatos admitidos son incapaces de enseñar matemática a los niños. A la inversa, no puede ignorarse que muchos llegan a esta profesión con una relación deteriorada con las matemáticas. La ambición es darle a cada niño

la cultura matemática a la que tiene derecho, que contribuirá a formar su carácter, a forjar su razonamiento, a dotarlo de herramientas útiles tanto en su vida de ciudadano como en el ejercicio de su futura actividad laboral, y a no dejarlo ignorante de una importante cantidad de conocimientos que, según la expresión de Jean Dieudonné, “*hacen honor al espíritu humano*”. Esta ambición solo puede cumplirse con maestros suficientemente impregnados de esta cultura y de los medios que necesita su apropiación por parte de los alumnos. 

Nota de Redacción: Del original en francés “L'école primaire, première étape de la culture mathématique des élèves”, publicado en el N° 427 de *Cahiers Pédagogiques* (Noviembre 2004).

Traducción: Ma. Alicia Xavier de Mello.

Con autorización del autor.

⁹ N. de T.: Dirección de Formación Permanente.

¹⁰ N. de T.: En Francia, en una de las opciones para acceder al profesorado de primaria, los candidatos deben poseer una licenciatura en cualquier disciplina.